

1D MODELIRANJE PREHODNIH POJAVOV V PN STRUKTURAH

Vera Gradišnik, Slavko Amon

KLJUČNE BESEDE: polprevodniški elementi, pn diode, pn struktura, fizikalni modeli, enodimenzionalno modeliranje, numerične metode, prehodni pojavi.

VSEBINA: V delu so opisani fizikalni modeli in numerična metoda, ki so uporabljeni v enodimenzionalnem programu za modeliranje prehodnih pojavov v PN strukturah. Podani so numerični rezultati simulacije pojava N⁺P diode pri preklopu stopnice napetosti od 0,1V do -0,1V, dobljeni z reševanjem parcialnih diferencialnih enačb, ki temeljijo na Boltzmannovi statistiki.

1D MODELING OF TRANSIENT BEHAVIOR IN PN STRUCTURES

KEY WORDS: semiconductor components, pn diode, pn structure, physical models, one dimensional modelling, numerical methods, transients

ABSTRACT: The physical models and numerical method used in one-dimensional program for transient behavior modeling in PN structures has been described. The edposed numerical results of the transient behavior simulation of N⁺P diode in switching conditions from 0,1V to -0,1V bias have been achieved by solving the partial differential equation which are based on Boltzmann statistics.

1. UVOD

Računalniško modeliranje je postalo nujen element v načrtovanju in analizi polprevodniških elementov. Enostavni analitični modeli nam dajejo samo omejene informacije in točnost za razumevanje in optimizacijo polprevodniških struktur. Z računalniškim modelom lahko dobimo vpogled v vpliv fizikalnih in geometrijskih parametrov na dogajanja v sami strukturi in na zunanjih priključkih.

V svetu se že nekaj let skupine raziskovalcev ukvarjajo z razvojem računalniških programov za modeliranje polprevodniških elementov tudi v treh dimenzijah.

Na Fakulteti za elektrotehniko in računalništvo v Ljubljani v Laboratoriju za nelinearne elemente je bil razvit program za reševanje časovno odvisnih polprevodniških enačb v eni dimenziji. Program je napisan v programskem jeziku FORTRAN 77 in izvajanje poteka na računalniku VAX 8800.

2. FIZIKALNI MODELI

Prehodne pojave v polprevodniških strukturah opisujejo osnovne enačbe:

Poissonova eliptična diferencialna enačba

$$\text{div}(\epsilon \text{grad} v) = q(n - p - C) \quad (1)$$

kontinuitetni parabolični diferencialni enačbi za elektrone in vrzeli

$$\frac{\delta n}{\delta t} = \frac{1}{q} \text{div} J_n - R \quad (2)$$

$$-\frac{\delta p}{\delta t} = -\frac{1}{q} \text{div} J_p - R \quad (3)$$

kjer so gostote tokov elektronov in vrzeli

$$J_n = -qn\mu_n \text{grad} V + qD_n \text{grad} n \quad (4)$$

$$J_p = -qp\mu_p \text{grad} V - qD_p \text{grad} p \quad (5)$$

in enačba za celotni tok

$$J_t = J_n + J_p + \frac{\delta E}{\delta t} \quad (6)$$

Pri tem so koncentracije elektronov in vrzeli funkcije potenciala

$$n = n_i \exp\left(\frac{q(V - \Phi_n)}{kT}\right) \quad (7)$$

$$p = n_i \exp\left(\frac{q(\Phi_p - V)}{kT}\right) \quad (8)$$

in

$$C = N_D^+ - N_A^- \quad (9)$$

razlika ioniziranih donorskih in akceptorskih primesi.

Omenjene enačbe temeljijo na Boltzmannovi statistiki. Z Boltzmannovo statistiko brez modifikacije, oz. vpeljave učinkovne intrinzične koncentracije n_{ie} je možno reševati samo primere s srednje dopiranimi strukturami. Pri močno dopiranih strukturah, ko se pojavlja efekt oženja prepovedanega pasu, kar ima za posledico povečanje koncentracije prostih nosilcev naboja, Boltzmannova statistika ni več uporabna in je nujna vpeljava

Fermi-Diracove statistike. Numerično gledano je takrat tudi sklopljenost med Poissonovo enačbo in kontinuitetnimi enačbami večja in je nujno reševati celotni ti. sklopljeni sistem enačb naenkrat⁽⁴⁾. Reševanje nesklopljenega sistema enačb ima lahko za posledico konvergenčne probleme. Razen tega na stabilnost in konvergenčnost vplivajo izbrani fizikalni modeli za mobilnosti, življenske čase ter rekombinacije in generacije prostih nosilcev naboja. V literaturi^(1,2) je omenjeno, kar kažejo tudi naši rezultati simulacije z lastnim programom, da naslednji fizikalni modeli ne povzročajo omenjenih problemov.

Model mobilnosti elektronov in vrzeli

Vplive kristalne mreže in ioniziranih primesi na mobilnosti nosilcev naboja opisuje Caughey-Thomasov izraz, podan v⁽²⁾:

$$\mu_{n,p}^{LI} = \mu_{n,p}^{\min} + \frac{\mu_{n,p}^L - \mu_{n,p}^{\min}}{1 + \left(\frac{CI}{CI_{ref}}\right)^{\alpha_{n,p}}} \quad (10)$$

kjer je CI vsota produktov vseh ioniziranih primesi in njihovega valenčnega stanja:

$$CI = \sum_{i=1}^n |Z_i| C_i \quad (11)$$

Ostale parametre lahko vnesemo glede na eksperimentalne rezultate, podane v literaturi.

Model rekombinacij in generacij elektronov in vrzeli

Generacije in rekombinacije elektronov in vrzeli so modelirane s Shockley-Read-Hallovim izrazom:

$$R = \frac{p n - n_i^2}{p(n + n_1) + n(p + p_1)} \quad (12)$$

kjer so življenski časi nosilcev:

$$\tau_n = \frac{\tau_{no}}{1 + \frac{ND + NA}{N_n^{ref}}} \quad (13)$$

$$\tau_p = \frac{\tau_{po}}{1 + \frac{ND + NA}{N_p^{ref}}} \quad (14)$$

pri tem so pri modeliranju vzete naslednje vrednosti:

$$\tau_{no} = 1 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

$$\tau_{po} = 1 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

$$N_n^{ref} = 5,0 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_p^{ref} = 5,0 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

V uporabljenem modelu so rekombinacijski centri enakomerno razporejeni po polprevodniku, z energijskim nivojem na sredini prepovedanega pasu.

3. ROBNİ POGOJI

Predpostavimo, da je napetostno krmiljen ohmski kontakt idealno prevoden. S tem zanemarimo padec napetosti na samem kontaktu. Takrat so Dirichletovi robni pogoji⁽¹⁻³⁾ za elektrostatični potencial:

$$V(t) = V_d + V_{appl} \quad (16)$$

kjer je V_d vgrajeni difuzijski potencial in V_{appl} zunanja priključena napetost.

Na ohmskem kontaktu predpostavimo termično ravnovesje in nevtralnost prostorskega naboja:

$$n p - n_i^2 = 0 \quad (17)$$

$$n - p C = 0 \quad (18)$$

iz česar izhajajo Dirichletovi robni pogoji za elektrone in vrzeli.

4. NUMERIČNA METODA

Preden začnemo z numeričnim reševanjem polprevodniških enačb, moramo diskretizirati strukturo polprevodniškega elementa v prostoru in času. Definicijsko območje je razdeljeno na M subintervalov ali segmentov. Širina posameznega segmenta je $h_i = x_{i+1} - x_i$. Med posameznimi segmenti so vozlišča oštevilčena od 0 do M. Vrednosti potenciala, koncentracij elektronov in vrzeli določimo v vsakem vozlišču, medtem ko električno poljsko jakost, gostote tokov in difuzijske konstante računamo v sredini posameznega segmenta, oz. na notranji mreži, ki ima N vozlišč. Časovno definicijsko območje razdelimo na potrebno število subintervalov s konstantnim korakom $d_m = t_{m+1} - t_m$, kjer je m indeks posameznega časovnega nivoja. V vsaki točki definicijskega območja x_{im} je rešitev aproksimirana z zahtevano natančnostjo. Z metodo končnih diferenc, ko parcialne odvode po koordinati x nadomestimo s centralnimi diferencami, parcialne diferencialne enačbe prevedemo v diferenčne algebrske enačbe. Z uvrstitvijo enačb (4) in (5) v en. (2) in (3) in ob predpostavki, da je odvod potenciala $\delta V / \delta x = \text{konst.}$ znotraj segmenta, dobimo sistem treh enačb s tremi neznankami v vsaki točki definicijskega območja. Časovni odvod je izražen s končnimi diferencami v smeri nazaj, t. i. backward Euler metoda.

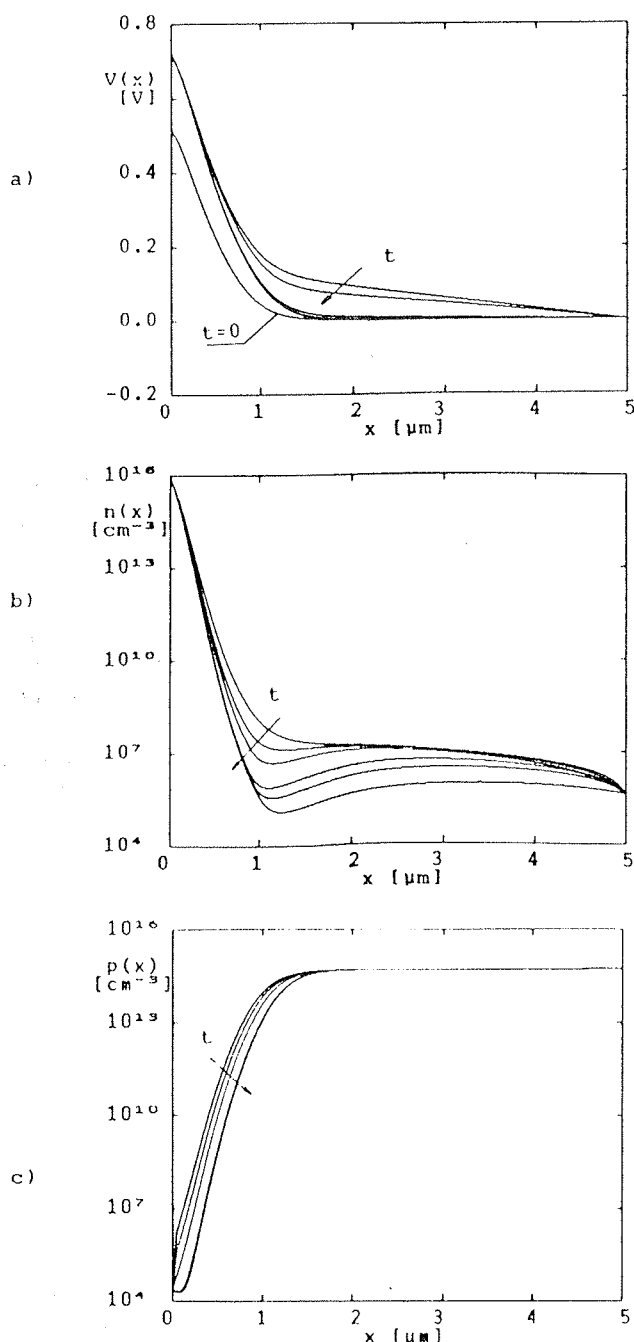
Dokler velja Boltzmannova statistika in dokler je sklopljenost med enačbami majhna, lahko vsako nelinearno enačbo lineariziramo z Newtonovo metodo⁽⁴⁾. Na ta način dobimo tri sisteme enačb z M+1 naznankami. Posamezna Jacobijeva tridiagonalna matrika vsebuje analitične odvode posameznih enačb glede na spremenljivke V, n, p. Enačba vozlišča k vsebuje vrednosti vozlišča k-1 in k+1. Rezultirajoča matrika je tridiagonalna. Vsak sistem enačb ima sedaj obliko:

$$A x = b \quad (19)$$

Matrično enačbo (19) rešimo z LU dekompozicijo. Na koncu vsake Newtonove iteracije poiščemo največji popravek in ugotovimo, ali so zadovoljeni konvergenčni pogoji. Ko je dosežena predpisana točnost, preidemo na računanje novega časovnega koraka s spremenjenimi robnimi pogoji. Računanje se konča po vnaprej predpisanem številu časovnih korakov.

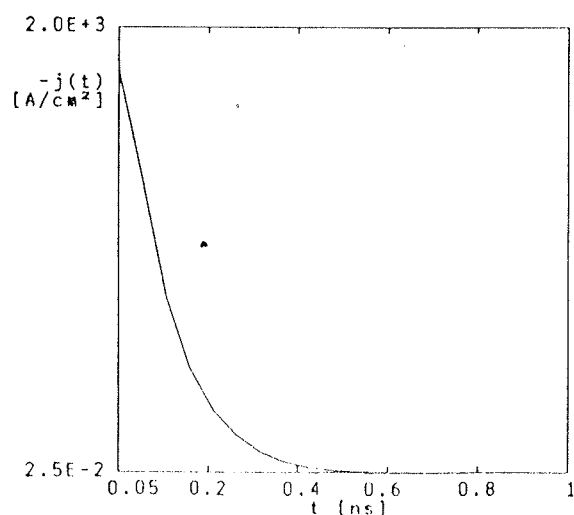
5. ANALIZA PREHODNEGA POJAVA PN DIODE

Z opisanim programom je bila opravljena analiza prehodnega pojava N⁺P diode. Struktura je bila dolga 5 μm,



Slika 1: Preklop N⁺P diode od 0.1V do -0.1V
a) potencial vzdolž strukture
b) koncentracija elektronov in
c) koncentracija vrzeli
v času $t = 0, 0.05, 0.1, 0.3, 0.5$ in 1 ns

globina spoja 0,5 μm, površinska koncentracija donorskih primesi $1 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ in koncentracija akceptorskih primesi $5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$. Slika 1 prikazuje diodo po preklopu stopnice napetosti v 50 ps od 0,1V prevodne do -0,1V zaporne napetosti. Prikazani so krajevni poteki potenciala, koncentracij elektronov in vrzeli v različnih časih. Začetne spremembe v poteku koncentracij minorskih nosilcev v skladu s spremembami potenciala kažejo na fazo kopičenja naboja. Na sliki 2 je prikazan časovni potek gostote toka $j(t)$ od trenutka, ko je na diodi zaporna napetost -0,1V.



Slika 2: Gostota toka po preklopu N⁺P diode od 0.1V do -0.1V v odvisnosti od časa

6. ZAKLJUČEK

Numerično modeliranje polprevodniških elementov omogoča hitrejšo in točnejše reševanje polprevodniških enačb. V predstavljenem delu je prikazan samostojno izdelan računalniški program za enodimenzionalno analizo prehodnih pojavov v PN diodah. Prikazani so rezultati modeliranja pri preklopu N⁺P diode, izračunani s predstavljenim programom.

Literatura

- (1.) M. S. Mock: Analysis of Mathematical Models of Semiconductor Devices, Boole Press, Dublin, 1983.
- (2.) S. Selberherr: Analysis and Simulation of Semiconductor Devices, Springer-Verlag Wien, New York, 1984.
- (3.) B. S. Polsky and J. S. Rimshans: Half-implicit difference scheme for numerical simulation of transient processes in semiconductor devices. Solid-State Electronics Vol. 29, No. 3, pp. 321 - 328, 1986.
- (4.) C. S. Rafferty, M. R. Pinto, R. W. Dutton: Iterative Methods in Semiconductor Devices Simulation, IEEE Trans. on Electr. Dev. Vol. ED - 32, No. 10, October 1985.

Mag. Vera Gradišnik *, dipl. ing.
Dr. Slavko Amon, dipl. ing.
Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo
Tržaška 25, 61000 Ljubljana

* Trenutno: Maršala Tita 46, 51410 Opatija

Prispelo: 25.04.1990 Sprejeto: 30.05.1990