

TEORIJSKE OSNOVE FOTOELEKTRIČNOG TENZOMETRA

Zvonimir Ogorelec

Fizički odjel Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Zagreb, Hrvatska

Ključne besede: osnove teoretične, trak raztezni merilni, senzori raztezka, deformacije mehanske, deformacije male, merjenje deformacij, tenzometrija, merjenje električno, merjenje fotoelektrično, napetosti mehanske, polprevodnici, pretvorniki

Sažetak: U radu je opisana nova vrsta senzora za električno mjerenje malih mehaničkih deformacija. Senzor se sastoji od prozirne plastične pločice te poluvodičkog izvora i dvaju detektora svjetlosti. Geometrijski odnosi odabrani su tako da jedna od svjetlosnih zraka, koju emitira izvor, pada na površinu nedeformirane pločice pod kutem vrlo bliskim kutu totalne refleksije. U tim uvjetima reflektancija granice dvaju optičkih sredstava jako ovisi o upadnom kutu, a posredno i o deformaciji senzora. To ujedno znači da tok reflektiranog zračenja, odnosno električni signal detektora postaje mjerom te deformacije. Račun na osnovi izvedenih jednadžbi ukazuje na vrlo visoku osjetljivost novog senzora (mnogo višu, na primjer, od osjetljivosti široko rasprostranjenih otpornih tenzometara), ali u relativno uskom mjernom intervalu. Stoga bi (po predviđanju komplicirana) eksperimentalna istraživanja imala smisla poglavito u slučaju ako se žele razviti novi i ekstremno osjetljivi *detektori* mehaničkih naprezanja.

Theory of a Photoelectrical Strain Gauge

Keywords: theoretical foundations, strain gauge, strain sensors, mechanical deformations, small deformations, deformation measurements, tensometry, electrical measurements, photoelectrical measurements, mechanical stresses, semiconductors, converters

Abstract: A new type of strain gauge is described. It is composed of a transparent plastic plate, a light emitting diode (LED) and two photodiodes. These components are placed in such a mutual position that the incident angle of a light ray from the LED is nearly equal to the angle of total internal reflection. Under this condition the reflectance of the surface between two optical media is strongly dependent upon the incident angle, and, in turn, upon the sensor's deformation. Thus the flux of reflected light, i.e. the signal of the detectors, becomes a measure of this deformation. Calculations according to derived equations point at a very high sensitivity of the new sensor (much higher than the sensitivity of, e.g. the resistance strain gauges), but in relative narrow measuring intervals. Therefore, complicated experimental investigations would be of interest especially if extremely sensitive *strain detectors* are to be developed.

1. UVOD

Pod izrazom *tenzometrija* krije se skup metoda za mjerenje dinamičkih i statičkih naprezanja ili deformacija koje se javljaju u različitim mehaničkim konstrukcijama. Mjerenja te vrste vrlo su česta i smatraju se nezaobilaznim prilikom testiranja strojevnih dijelova, elisa, mostova, spremnika, kotlova i drugih sličnih tvorevina. Sveđe li se mnoštvo po detaljima različitih postupaka na najjednostavniji primjer, zadatak tenzometrije jest mjerenje sitnih produljenja, recimo, mjerenje elastičnog produljenja neke grede koje se pri opterećenju opaža na njenoj konveksnoj strani. U posredne zadatke tenzometrije spadaju još i mjerenja sile, tlaka, akceleracije, brzine i tako dalje, sve na osnovi mjerenja upravo spomenutih sitnih deformacija.

Iz razumljivih razloga najveću pozornost već odavno privlače električna mjerenja mehaničkih deformacija, pa su do danas razvijeni podjednako i različiti senzori (tenzometri, strain gauges) i sklopovi za mjerenje njihovih električnih signala /1,2/. To, naravno, ne znači da traganje za novim, možda boljim i osjetljivijim sensorima naprezanja ne traje i dalje. Ovaj preliminarni rad, na primjer, ukazuje na to da se jedan od takvih senzora može zasnivati i na do sada neiskorištenim fotoelektričnim mjerenjima. On, inače, pripada mnogo

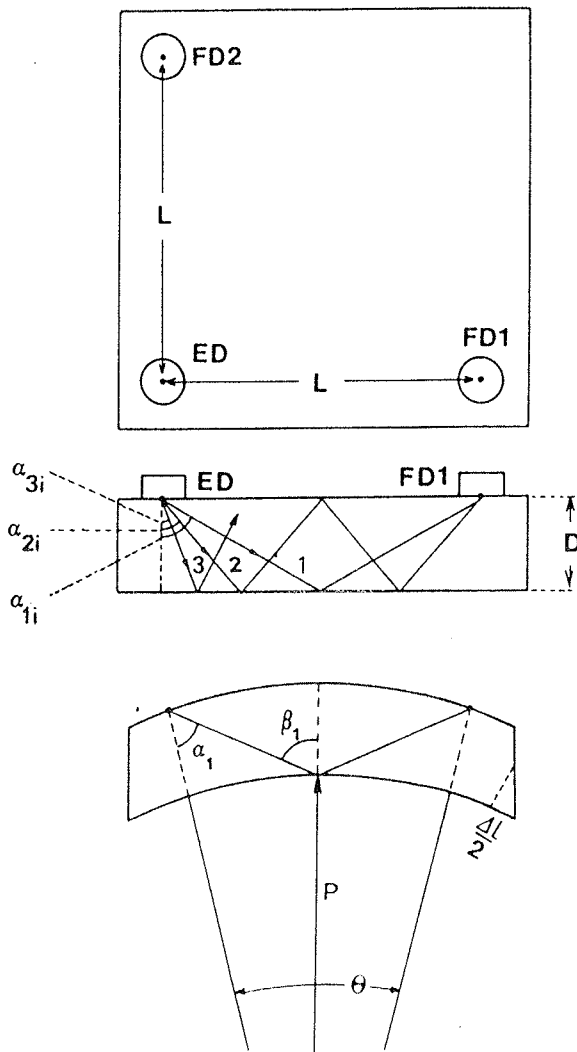
široj porodici senzora kojoj je autor pridielio zajednički naziv "Fresnelovski senzori" /3/.

2. GEOMETRIJA SENZORA

Novi senzor prikazan je na Sl. 1A, a sastoji se iz prozirne kvadratične plastične pločice debljine D i indeksa loma N . Plohe su joj visoko polirane i u dodiru su s drugim optičkim sredstvom (zrakom) indeksa loma n . Na lijevoj strani učvršćena je poluvodička emisijska dioda ED čije zračenje nakon višestrukih refleksija osvjetljava dvije fotodiode $FD1$ i $FD2$. One su postavljene simetrično pod pravim kutem i nalaze se na jednakim udaljenostima L od diode ED . Pogledajmo najprije situaciju u nenapregnutom senzoru (Sl. 1B). Iz slike se vidi da na $FD1$ padaju samo one zrake svjetlosti ($1, 2, 3, \dots, k$) koje ED emitira pod ovim nizom kuteva: $\alpha_{1i} = \arctg(L/2D)$, $\alpha_{2i} = \arctg(L/4D)$, $\alpha_{3i} = \arctg(L/8D)$ Taj niz izražava se općenitom formulom

$$\alpha_{ki} = \arctg \frac{L}{2^k D} \quad (1)$$

Lako je uočiti da je broj refleksija na površinama senzora to veći što je α_{ki} manji. Za $k = 1$ imamo jednu refleksiju



Slika 1: Nedefimirani i deformirani senzor napreznja. Radi jednostavnosti izvor svjetlosti i njeni detektori prikazani su kao točke.

($r = 1$), za $k = 2$ tri refleksije ($r = 3$) i tako redom. Općenit broj refleksija iznosi $r = 2^k - 1$. Treba još pripomenuti da u nenapregnutom senzoru potpuno isti odnosi vrijede i za fotodiodu FD2 te da su kutevi refleksije u tom slučaju egzaktno jednaki kutevima emisije. Ta jednakost, međutim, gubi se u napregnutom senzoru (SL.1C).

Predpostavljeno je da je senzor priljepljen na gredu i da se ona zajedno sa senzorom deformira cirkularno. Zbog jednostavnosti nacrtana je samo zraka 1. Dok za diodu FD2 kutevi (1) ostaju nepromijenjeni, za diodu FD1 oni se mijenjaju. Na nju više ne pada zraka svjetlosti inicijalno emitirana pod kutem α_{1i} , već zraka emitirana pod manjim kutem α_1 . Ona se reflektira pod kutem β_1 većim od α_{1i} te pada na FD1 ponovno pod kutem α_1 . Za neku k -tu zraku vrijede, dakle, ovi općeniti odnosi: zraka k emitira se pod kutem α_k , reflektira se ukupno $r = 2^k - 1$

puta, od čega $p = 2^{k-1}$ puta pod kutem β_k i $q = 2^{k-1} - 1$ puta pod kutem α_k .

Daljnji zadatak jest pronaći međuovisnost kuteva α_k i β_k te ih izraziti uz pomoć veličine, kojom se najčešće karakterizira deformacija senzora, a to je relativna promjena duljine $X = \Delta L/L$. Pritom će pripomoći poopćena SL.1C iz koje je vidljivo da vrijede ove zakonitosti: sinusov poučak, $P/\sin \alpha_k = (P+D)/\sin \beta_k$, poučak o sumi kuteva, $\alpha_k + 2\pi - \beta_k + \Theta/2^k = 2\pi$ te formula koja regulira duljine lukova, $(L-\Delta L)/L = P/(P+D/2)$. Jednostavnom transformacijom ovih izraza dobivaju se četiri relacije neophodne za analizu signala senzora. To su relacije za polumjer zakrivljenosti P , za središnji kut Θ te za kuteve α_k i β_k :

$$P = \frac{D}{2} \frac{1-X}{X} \quad \Theta = \frac{2L}{D} \frac{X}{1-X} \quad (2)$$

$$\alpha_k = \arctg \frac{L}{2^k D} \frac{1-X}{1+X} \quad \beta_k = \alpha_k + \frac{\Theta}{2^k}$$

Tijekom izvoda iskorištena je još i činjenica da je centralni kut čak i kod maksimalne deformacije (obično se uzima $X = \pm 0.001$, ili 1 milistrain) toliko malen da su dozvoljene aproksimacije $\sin \Theta \cong \Theta$ i $\cos \Theta \cong 1$. Na kraju, ako se senzor deformira u suprotnom smjeru (zakrivljenost na SL.1B prema gore), X prelazi u $(-X)$, predznaci u formulama za P i Θ se mijenjaju, a kutevi α_k i β_k jednostavno zamjenjuju uloge.

3. SIGNAL SENZORA

Za analizu signala senzora potrebno je najprije izračunati tokove svjetlosti koja nakon niza refleksija pada na obje fotodiode. To posljedično znači da treba u prvom redu poznavati kutnu raspodjelu toka upotrebijene emisijske diode $\Phi_E = \Phi_{E0} F_E(\xi)$ te kutne raspodjele toka obiju fotodioda: $\Phi_1 = \Phi_{10} F_1(\xi)$ i $\Phi_2 = \Phi_{20} F_2(\xi)$, pri čemu je s ξ označen neki općenit kut. Pored toga nužno je poznavati i reflektanciju $R(\xi)$ granice dvaju optičkih sredstava u svim točkama refleksije. U njima se, naime, u senzor vraća samo dio $R(\xi)$ svjetlosnog toka. Drugi dio (nakon loma) izlazi iz senzora i nepovratno se gubi. Traženu reflektanciju određuju Fresnelova relacija /4/ koja za naravnu (nepolariziranu) svjetlost, kakvu emitiraju poluvodičke emisijske diode, daje:

$$R(\xi) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{A^2 C - \sqrt{A^2 - B^2}}{A^2 C + \sqrt{A^2 - B^2}} \right)^2 + \left(\frac{C - \sqrt{A^2 - B^2}}{C + \sqrt{A^2 - B^2}} \right)^2 \right] \quad (3)$$

U ovoj formuli iskorištene su kratice $A = n/N$ (omjer indeksa loma), $B = \sin \xi$ i $C = \cos \xi$. Ako poznamo sve te veličine tok svjetlosti Φ_{D1} koja pri napregnutom senzoru pada na diodu FD1 dobiva se sumacijom tokova pojedinih zraka:

$$\begin{aligned} \phi_{D1} = & \phi_{E0} F_E(\alpha_1) R(\beta_1) \phi_{10} F_1(\alpha_1) \\ & + \phi_{E0} F_E(\alpha_2) R^2(\beta_2) R(\alpha_2) \phi_{10} F_1(\alpha_2) \\ & + \phi_{E0} F_E(\alpha_3) R^4(\beta_3) R^3(\alpha_3) \phi_{10} F_1(\alpha_3) + \dots \end{aligned}$$

ili potpunije:

$$\phi_{D1} = \phi_{E0} \phi_{10} \sum_k F_E(\alpha_k) F_1(\alpha_k) R^p(\beta_k) R^q(\alpha_k) \quad (4)$$

Podsjetimo se da su eksponenti p i q dani relacijama: $p = 2^{k-1}$ i $q = 2^{k-1} - 1$. Izraz za tok svjetlosti koja pada na diodu FD2 nešto je jednostavniji, jer se u poprečnom smjeru senzor ne deformira, pa vrijedi $\alpha_k = \beta_k = \alpha_{ki}$. Umjesto relacije (4) dobivamo:

$$\phi_{D2} = \phi_{E0} \phi_{20} \sum_k F_E(\alpha_{ki}) F_2(\alpha_{ki}) R^r(\alpha_{ki}) \quad (5)$$

U obje posljednje relacije nisu uračunati eventualni interferencijski efekti. No, na njih ni ne treba računati, jer pojedine zrake svjetlosti sasvim sigurno ne zadovoljavaju uvjet vremenske koherencije: $D < \lambda^2/\Delta\lambda$, u kojem je λ valna duljina upotrebijene svjetlosti, a $\Delta\lambda$ odstupanje od njene monokromatičnosti [5]. Budući da je kod General Electricove /6/ GaAs emisijske diode, na primjer, $\lambda \cong 950$ nm, a $\Delta\lambda \cong 50$ nm, $\lambda^2/\Delta\lambda$ iznosi oko 0.02 mm. Pločice pak senzora moraju biti otprilike za dva reda veličine deblje od te vrijednosti. To znači da pojavu interferencije zaista ne treba razmatrati.

Kao signal senzora može u najjednostavnijem slučaju poslužiti napon V_{D1} koji se uslijed toka svjetlosti ϕ_{D1} generira na diodi FD1. No, radi kompenzacije eventualnih fluktuacija toka emisijske diode bolje je mjeriti razliku napona $\Delta V = V_{D2} - V_{D1}$ od kojih V_{D2} odgovara signalu nedeformiranog senzora. Radi li se nadalje o linearnim diodama, naponi su proporcionalni tokovima, pa je njihova razlika $\Delta V = C_1 \phi_{D2} - C_2 \phi_{D1}$, gdje su C_1 i C_2 konstante. Kao što je uobičajeno u tenzometriji, signal ćemo u daljnjim relacijama izražavati u relativnim jedinicama, to jest, kao omjer $\Delta V/V_{D2}$. U stvari, prikazat ćemo ga za idealni slučaj kad su diode FD1 i FD2 identične ("uparene"). Tada vrijedi $C_1 = C_2$, $\phi_{10} = \phi_{20}$ i $F_1 = F_2 = F$, što daje konačnu relaciju

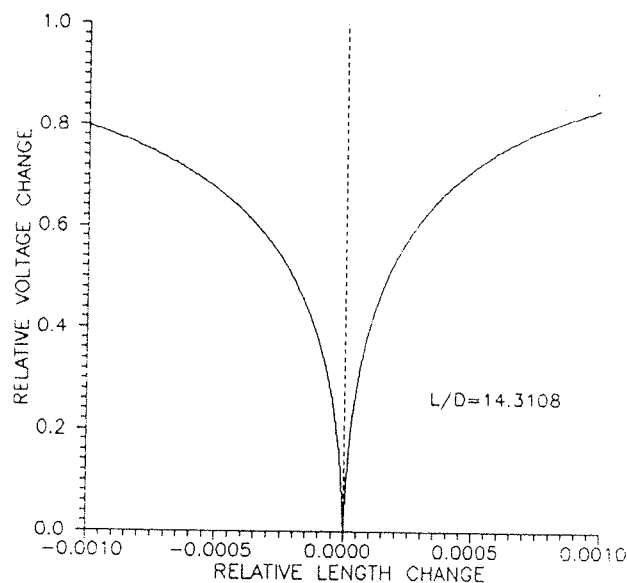
$$\frac{\Delta V}{V_{D2}} = \frac{\sum_k [F_E(\alpha_{ki}) F(\alpha_{ki}) R^r(\alpha_{ki}) - F_E(\alpha_k) F(\alpha_k) R^p(\beta_k) R^q(\alpha_k)]}{\sum_k F_E(\alpha_{ki}) F(\alpha_{ki}) R^r(\alpha_{ki})} \quad (6)$$

S obzirom na činjenicu da su prema formulama (2) kutevi α i β određeni relativnom promjenom duljine, $X = \Delta L/L$, upravo ispisan izraz daje ovisnost relativne promjene napona o relativnoj promjeni duljine, pa predstavlja karakteristiku novog senzora naprezanja.

4. RAČUN

Račun je proveden za senzor načinjen iz prozirne plastične pločice indeksa loma $N = 1.5$, što otprilike

odgovara polimetil metakrilatu (pleksi staklu). Senzor je po pretpostavci u dodiru sa zrakom indeksa loma $n = 1$, pa je parametar $A = n/N$, koji se javlja u izrazu (3), jednak 0.6667. Pretpostavljeno je nadalje da i emisijska dioda i obje fotodiode imaju kuglastu raspodjelu toka $F_E(\xi) = F(\xi) = \cos \xi$. Za račun je odabrana pločica takve duljine L i takve debljine D da omjer L/D iznosi 14.3108. To je, naime, vrijednost za koji je kut refleksije četvrte zraka α_{41} upravo jednak kutu totalne refleksije $\alpha_t = \arcsin(n/N)$. U tom se slučaju pokazuje da su refleksivnosti $R(\xi)$ za zrake petog i višeg reda mnogo manje od jedinice, što zbog relativno velikih eksponenata p i q u relaciji (6) znači da je tok tih zraka na mjestu obje fotodiode zanemarivo malen. Pokazuje se pored toga, da je tok treće i nižih zraka ugrubo konstantan s obzirom na deformaciju. Pod tim uvjetima račun karakteristike (6) senzora daje krivulju prikazanu na SL.2. Vidi se da je to krivulja sastavljena od dvije grane centrirane oko



Slika 2: Relativna promjena napona senzora u ovisnosti o relativnoj promjeni duljine za slučaj kad je zraka 4 sa Sl. 1 emitirana iz izvora pod kutem totalne refleksije.

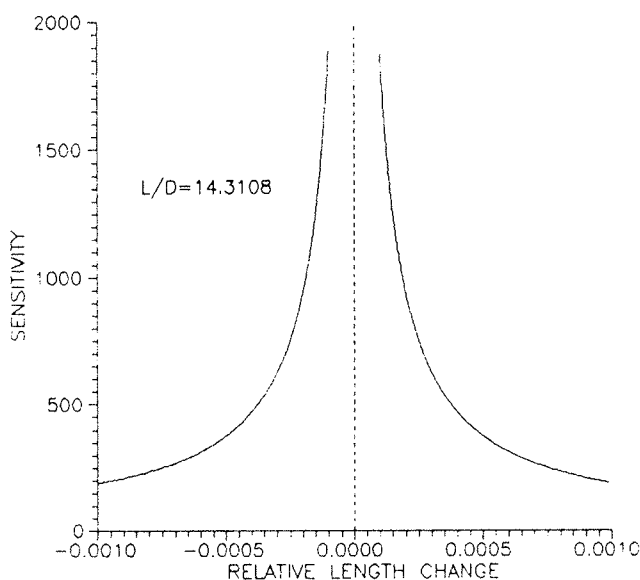
ishodišta deformacije $\Delta L/L = 0$. Njihov analitički oblik vrlo je kompliciran, no za daljnju analizu dobro će poslužiti i približni izrazi dobiveni nelinearnom regresijom. Ona za pozitivnu (desnu) granu daje izraz:

$$\frac{\Delta V}{V_{D2}} = (2.13 \pm 0.01) + (0.187 \pm 0.002) \ln \frac{\Delta L}{L} \quad (7)$$

a za negativnu (ljevu) granu izraz:

$$\frac{\Delta V}{V_{D2}} = (2.10 \pm 0.01) + (0.189 \pm 0.001) \ln \left(-\frac{\Delta L}{L}\right) \quad (8)$$

Senzor je, dakle, nelinearan, što - općenito rečeno - nije njegova odlika. Odlika mu je, međutim, izrazito visoka osjetljivost S . Ta važna veličina definira se kao derivacija signala (7) i (8) po relativnoj promjeni duljine, što za obje grane daje približno $S = 0.19/(\Delta L/L)$. Osjetljivost je, dakle, hiperbolički ovisna o relativnoj deformaciji, što znači primjerice da S neograničeno raste u blizini ishodišta, da kod ekstremno sitne deformacije $\Delta L/L = \pm 0.00001$ ima vrijednost oko $2 \cdot 10^4$, a kod maksimalne deformacije $\Delta L/L = \pm 0.001$ vrijednost $2 \cdot 10^2$. Premda te vrijednosti nisu do kraja vjerodostojne (zbog toga što su formule (7) i (8) samo približne) riječ je svakako o vrlo velikim brojkama. Kompletan račun osjetljivosti prikazan je na Sl.3.



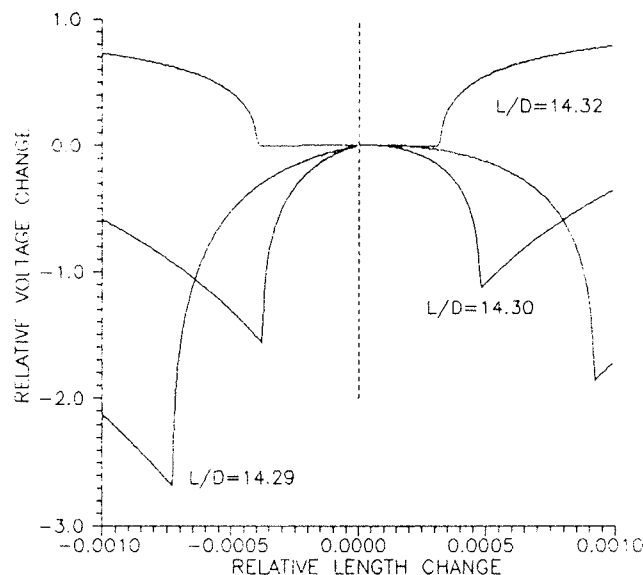
Slika 3: Osjetljivost senzora za slučaj prikazan na Sl.2.

Kao primjer za usporedbu može se uzeti široko rasprostranjeni piezootporni tenzometar koji na relativnu promjenu duljine reagira promjenom otpora ρ . Njegova karakteristika je linearna i glasi $\Delta\rho/\rho = \gamma \Delta L/L$. Mjeri li se otpor V-I metodom uz konstantnu struju, ta se karakteristika pretvara u $\Delta V/V = \gamma \Delta L/L$ što omogućuje usporedbu s relacijama (7) i (8). Osjetljivost piezootpornog tenzometra dana je, dakle, konstantnim faktorom γ koji za Philipsove senzore /7/ iznosi oko 2. To je za nekoliko redova veličine manje od osjetljivosti fotoelektričnog senzora u blizini ishodišta i barem za dva reda veličine manje od njegove osjetljivosti pri maksimalnoj deformaciji $\Delta L/L = \pm 0.001$.

Na žalost, tako visoku osjetljivost u blizini ishodišta moguće je postići samo uz veliku preciznost izrade senzora. Račun, naime, pokazuje da već mala odstupanja od vrijednosti omjera $L/D = 14.3108$ (koja je kao jedna od bezbroj mogućnosti korištena u računu) uzrokuje dramatične promjene u karakteristici senzora

(Sl.4). Posebno su nezgodna odstupanja prema većim vrijednostima L/D , jer ona u blizini ishodišta potpuno "umrtvljuju" senzor. Već za odstupanje u drugoj decimali ($L/D = 14.3200$) "mrtva zona" prostire se od $\Delta L/L = -0.0004$ do $\Delta L/L = +0.0003$. Još veće odstupanje moglo bi senzor učiniti neaktivnim u čitavom području razmatranih deformacija.

Na sreću, odstupanja prema nižim vrijednostima od zadane nisu tako fatalna. Dapače, ona senzoru daju sasvim nove karakteristike (donji dio Sl.4). Doduše, osjetljivost u blizini ishodišta ima i u tom slučaju male vrijednosti, ali ona vrlo brzo raste te poprima maksimalne vrijednosti pri nekim kritičnim pozitivnim i negativnim deformacijama, koje se omjerom L/D mogu unaprijed odrediti. S lijeve i desne strane ishodišta, dakle, karakteristika senzora ima oblik sličan onom koji je prikazan na Sl.2. Jedna dvogranska krivulja, centrirana oko ishodišta, rascijepila se na dvije, centrirane oko nekih kritičnih, pozitivnih i negativnih deformacija.



Slika 4: Utjecaj odstupanja omjera L/D od unaprijed zadane veličine na signal senzora.

ZAKLJUČAK

Ovaj preliminarni, boljereći eksplorativni rad pokazuje da se na osnovi jednostavnih optičkih zakonitosti te uz korištenje komercijalno dostupnog fotoelektričnog pribora može konstruirati nova vrsta senzora mehaničkih deformacija. Izvedena teorija ukazuje na njihovu izrazito visoku osjetljivost, makar uz evidentnu nelinearnost signala. Iako se na njegov oblik može utjecati upotrebom emisijske diode te obiju fotodioda

različitih kutnih raspodjela toka $F_E(\xi)$ i $F(\xi)$, nelinearnost se zacijelo ne bi mogla izbjeći. To sugerira, dakako, da bi u eventualnom eksperimentalnom razvoju ovog senzora valjalo misliti na elektroničku linearizaciju signala. No evidentno je da se senzor i bez ikakvog kondicioniranja signala može upotrijebiti ili kao vrlo osjetljivi detektor početka deformacije (Sl.2) ili kao jednako osjetljivi detektor neke kritičke deformacije (Sl.4).

Među dobra svojstva novog senzora treba svakako ubrojiti i njegovu neosjetljivost na temperaturne promjene. Budući da se u svim relacijama dimenzije L i D javljaju kao omjer, toplinska dilatacija ili kontrakcija senzora ne utječe na iznos njegova signala. Eksperimentalna istraživanja, međutim, trebala bi ustvrditi kakav utjecaj na signal ima toplinsko širenje predmeta na koji je senzor tijekom mjerenja učvršćen. U eksperimentu, nadalje, valjalo bi ispitati kako na signal utječe svjetlost reflektirana na bočnim stranama senzora koju račun u ovom radu nije uzimao u obzir. Eksperimentalni senzor, na kraju, morao bi se prekrivanjem nekom neprozirnom folijom zaštititi i od vanjske, parazitne svjetlosti. Tada bi se možda pokazalo da je konstrukcija troslojnog senzora sastavljenog od različitih optičkih sredstava mnogo pogodnija od konstrukcije jednoslojnog senzora u dodiru sa zrakom. Sve u svemu, rezultati teorije izložene u ovom preliminarnom radu sugeriraju eksperimentalna istraživanja barem u slučaju potrebe za vrlo osjetljivim detektorima mehaničkih naprezanja.

LITERATURA

- /1/. Tehnička enciklopedija, Vol.12, p.685, Leksikografski zavod "Miroslav Krleža", Zagreb 1992.
- /2/. D.M.Considine (Ed), Handbook of Applied Instrumentation, McGraw-Hill, New York 1974.
- /3/. Z.Ogorelec, Microelectronics J. 19 (1988) 25.
- /4/. J.D.Jackson, Classical Electrodynamics 2 Edition, p.281, John Wiley, New York 1975.
- /5/. I.V.Savelyev, Physics, a General Course, p.358, MIR Publishers, Moscow 1980.
- /6/. W.H.Sahm, General Electric Optoelectronic Manual, p.12, Syracuse 1978.
- /7/. Directions for Use of Philips Strain Gauges, N.V.Philips' Gloeilampenfabrieken, Eindhoven 1970.

Prispelo (Arrived): 11.11.93

Sprejeto (Accepted): 10.02.94

*Prof.dr.Zvonimir Ogorelec,
Fizički odjel Prirodoslovno-matematičkog fakulteta,
41000 Zagreb, Bijenička 32, P.P.162.
tel. +85-41-43 24 82
fax. +385-41-4 25 25*